

Estudio fenomenológico del tamaño de skyrmiones magnéticos

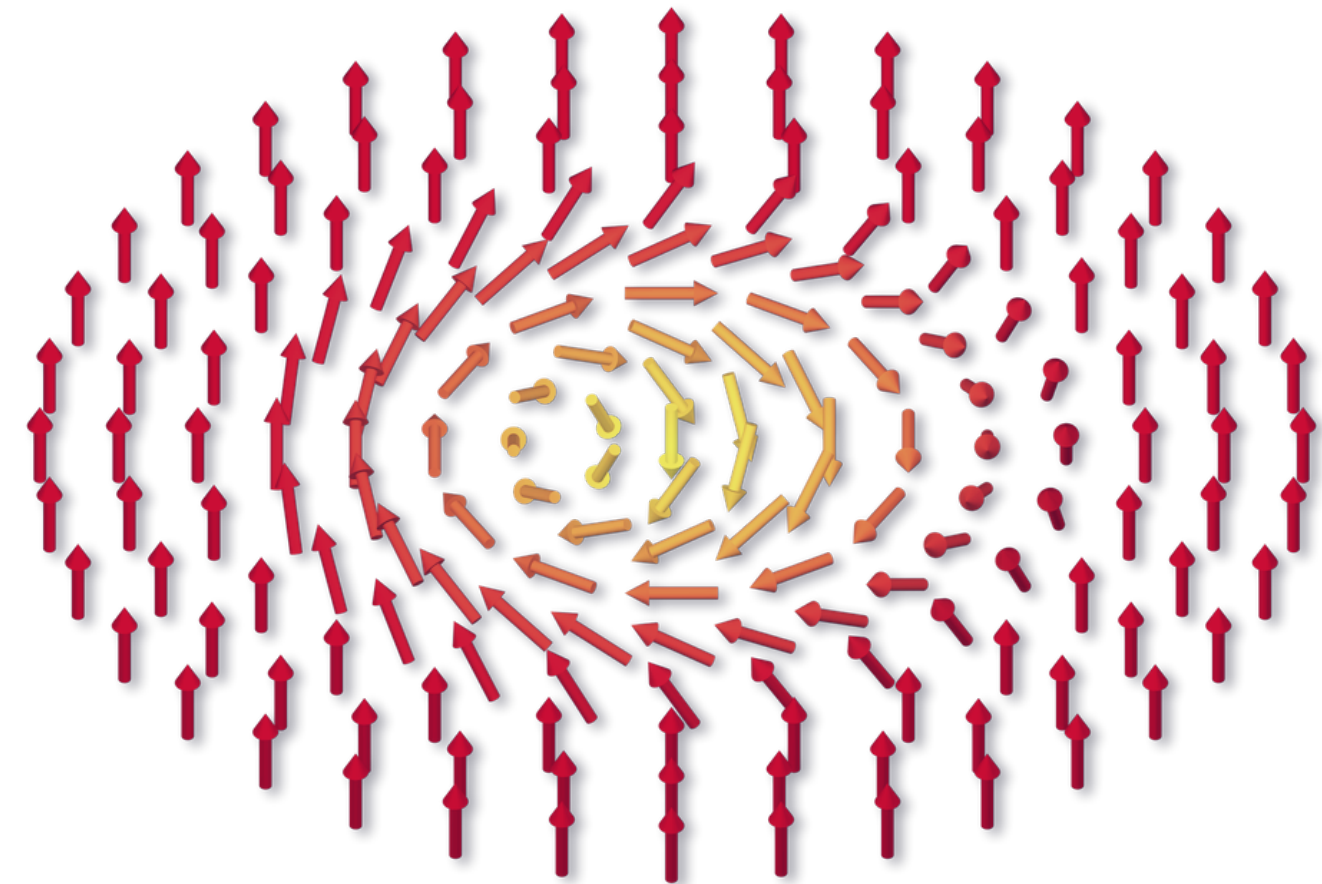
LA-CoNGA International Network School

David Ramos

Universidad Industrial de Santander

Supervisor: Pierre Pujol

Université de Toulouse



Latin American alliance for
Capacity buildiNG in Advanced physics

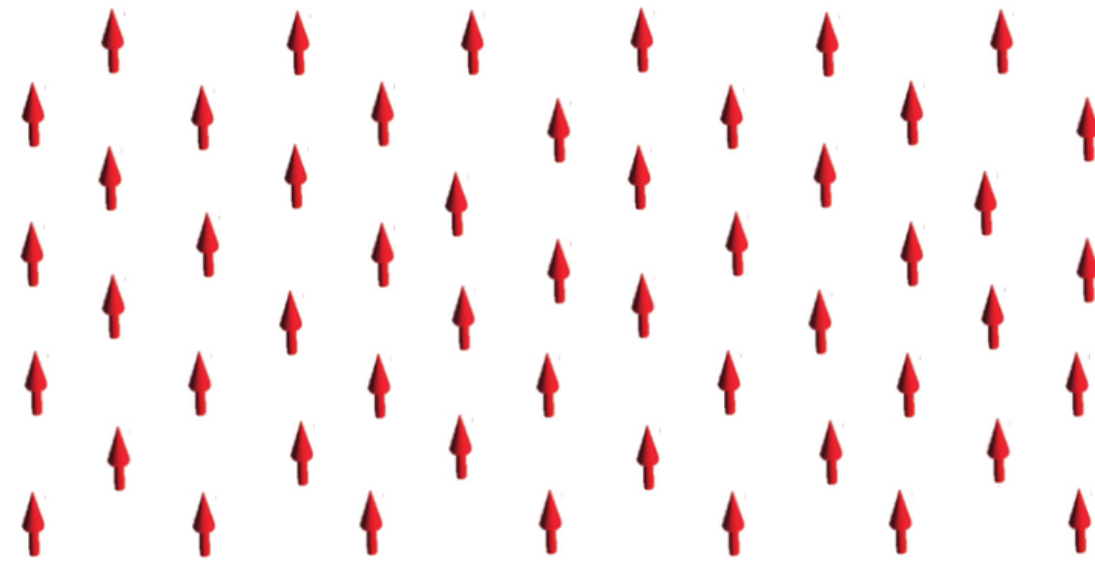
LA-CoNGA physics

Skymiones magnéticos

$$F = A \int_S |\vec{\nabla} \vec{m}|^2 dx_1 dx_2$$

Modelo de Heisenberg

$\vec{m}(\vec{r})$



$$Q = 0$$



$\vec{m}(\vec{r})$



$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \vec{m} \cdot \left[\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_1} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_2} \right] dx_1 dx_2 = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Skymiones de Belavin-Polyakov

$$F = A \int_S |\vec{\nabla} \vec{m}|^2 dx_1 dx_2 \longrightarrow$$

mínimo local $\vec{m}(x, y)$ tal que

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \vec{m} \cdot \left[\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_1} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_2} \right] dx_1 dx_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Skymion

Notando que

$$\vec{m} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

Introdujeron una variable compleja tal que

$$w = \frac{m_1 + im_2}{1 + m_3} = \cot \frac{\theta}{2} e^{i\phi}$$

y obtuvieron como solución

$$w = f(z) \quad \text{donde} \quad z = x_1 + ix_2$$

y energía

$$E = 8\pi A Q$$

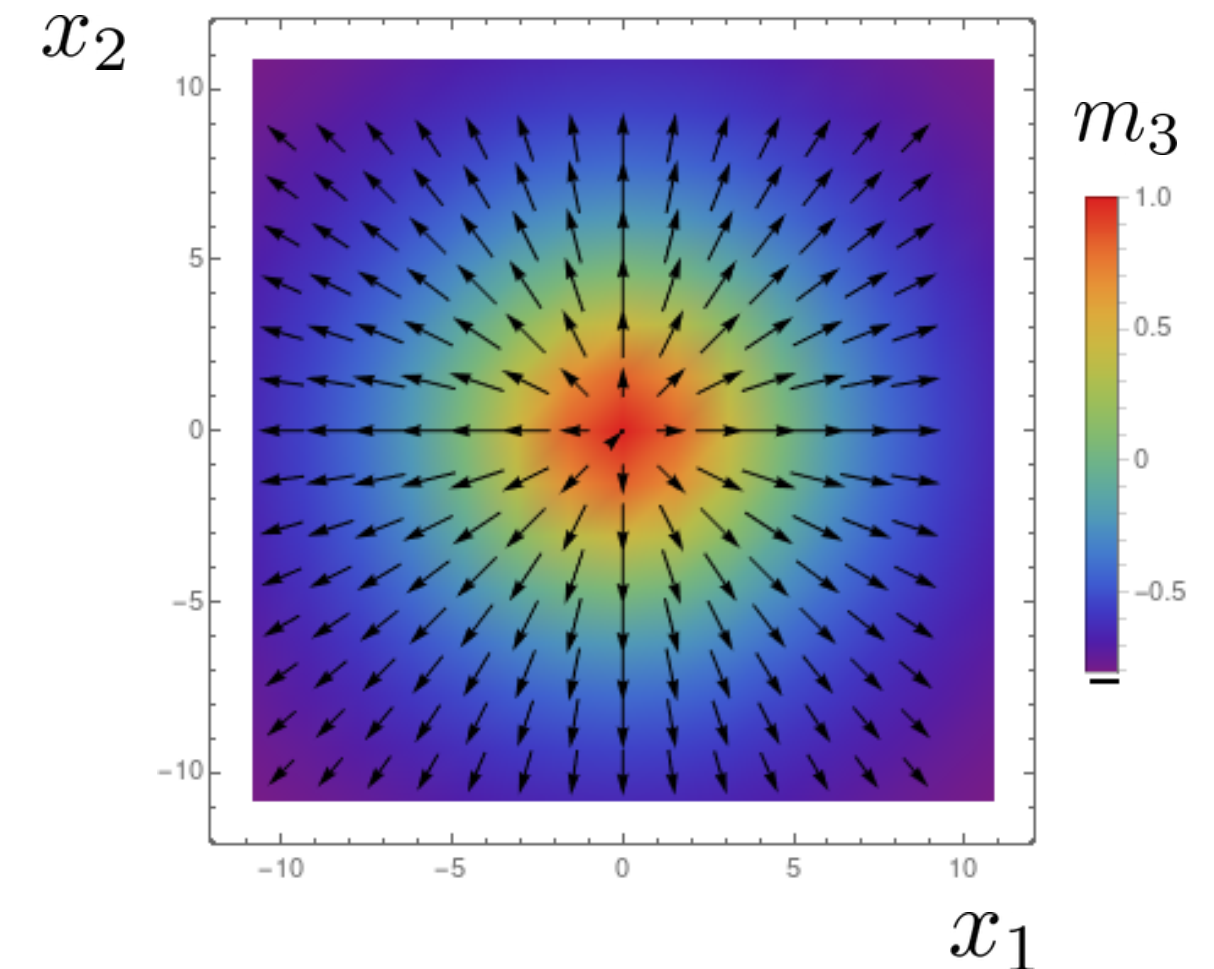
Para un skymion aislado

$$w(z) = \frac{z}{R_0}$$

o equivalentemente

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{R_0}{\rho} \right)$$

Parámetro libre relacionado con el tamaño del skymion



Pregunta de investigación

Al considerar nuevos términos de interacción, ¿pueden estos definir un tamaño óptimo para los Skyrmiones?

Skymiones en materiales magnéticos quirales

$$F = \int_S \left[A |\vec{\nabla} \vec{m}|^2 + D \vec{m} \cdot (\nabla \times \vec{m}) + K (1 - m_z^2) + B(1 - m_z) \right] dx_1 dx_2$$



Interacción de
Dzyalonshtinskii-
Moriya



Anisotropía
cristalina



Campo
magnético
externo

(Simetría Axial)

$$F = 2\pi \int_0^\infty \left[A \left((\partial_\rho \theta)^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} \right) + D \left(\partial_\rho \theta + \frac{\sin(2\theta)}{2\rho} \right) + K \sin^2 \theta + B(1 - \cos \theta) \right] \rho d\rho$$

Primer enfoque: principio variacional

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{R_0}{\rho} \right) \longrightarrow F(A, D, K, B, R_0) \longrightarrow \frac{\partial F}{\partial R_0} = 0 \longrightarrow R_0 = f(A, D, K, B)$$

Energía libre variacional

Problema

$$F = 2KR_0^2 + 2DR_0 - 4A + (B + 2K) \lim_{R \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{R^2 + R_0^2}{R_0^2} \right)$$

Divergencia
logarítmica

Más allá de Belavin-Polyakov

Cuando $\underline{B = -2K}; \quad K < 0$ \rightarrow $R_0 = -\frac{D}{2K}$ Tamaño óptimo
Línea crítica

Sobre la línea crítica, el perfil de Belavin-Polyakov es solución exacta a las ecuaciones de movimiento

L. Döring, C. Melcher. Calc Var Partial Differ Equ. (2017)
B. Schroers, et al. Commun. Math. Phys. (2020)

Fuera de la línea crítica, el análisis deber ser numérico. Esto implica resolver la ecuación de Euler-Lagrange (adimensional)

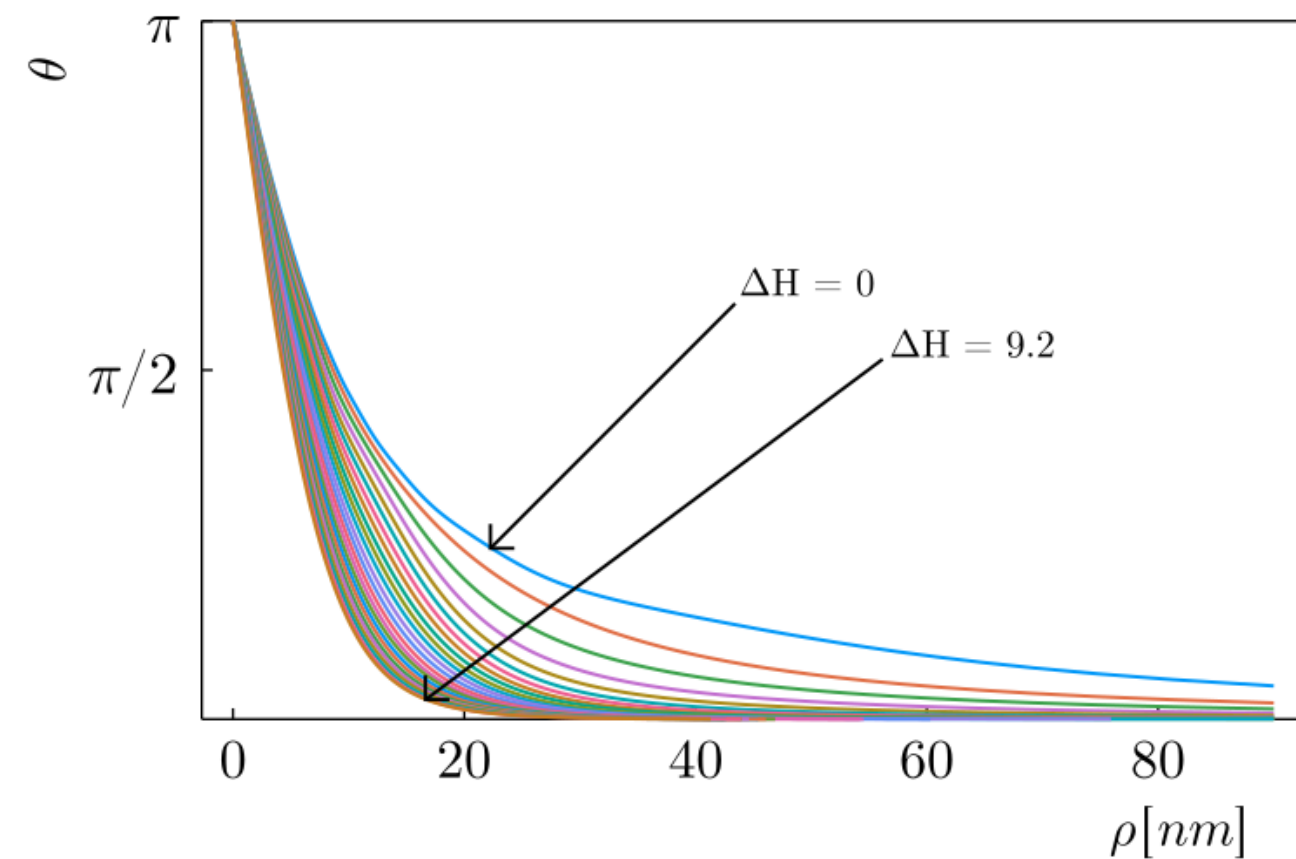
$$\frac{d^2\theta}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\theta}{d\rho} - \frac{\sin(2\theta)}{2\rho^2} + \kappa \frac{\sin^2 \theta}{\rho} - \frac{\mu^2}{2} \sin \theta (1 - \cos \theta) - \Delta H \sin \theta = 0$$

Se cumple en la línea crítica

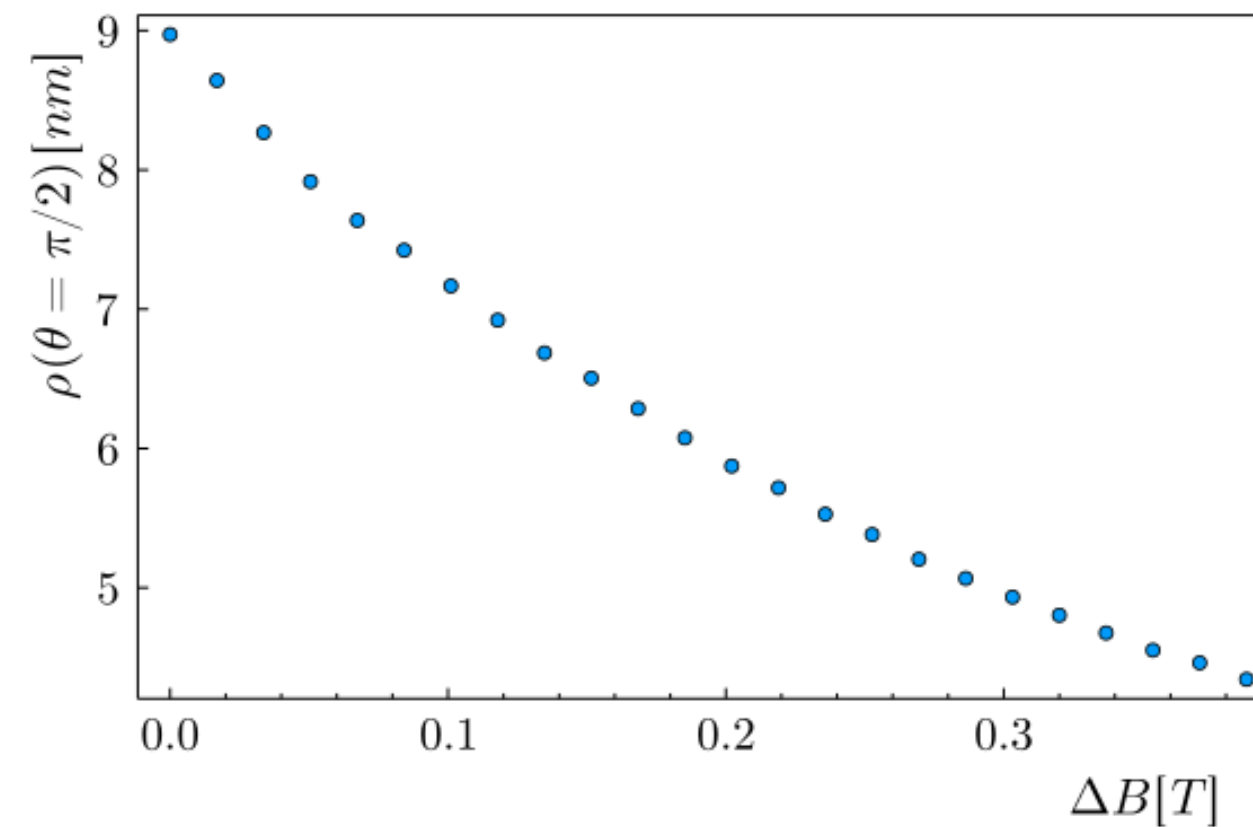
con $\theta(0) = \pi$
 $\theta(\infty) = 0$

Fuera de la línea crítica (**Fe_{0.7}Co_{0.3}Si**)

$\Delta H > 0$



$$\left(\Delta B = \frac{A}{\rho_0^2 M_s} \Delta H \right)$$



$\Delta H < 0$

Debido a que el estado uniforme privilegiado en esta región es un estado ferromagnético inclinado, el problema cambia y no se exploró en este trabajo.

Comparando con algunos ansatz

En la literatura se suele usar un ansatzes para representar el perfil de un skyrmion

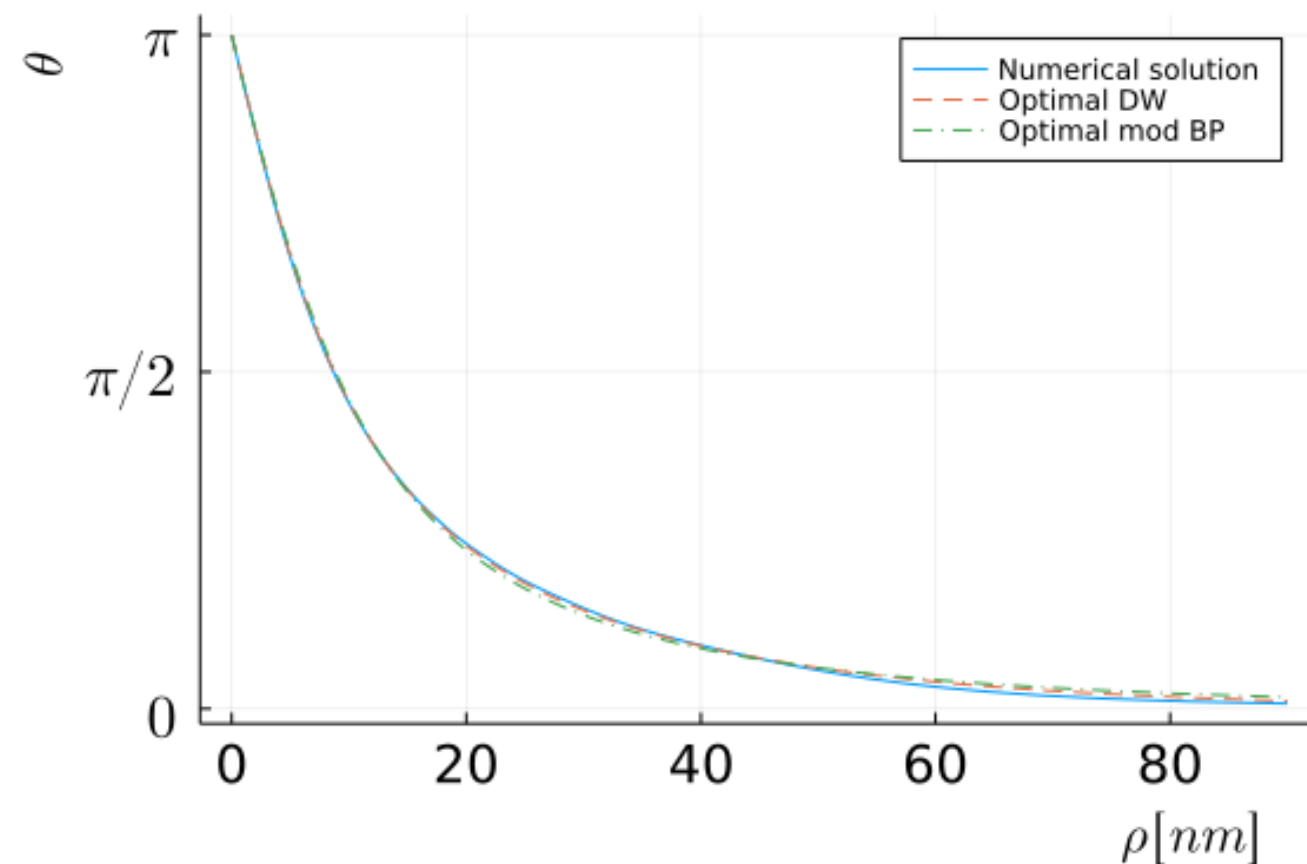
$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{\sinh(R/w)}{\sinh(\rho/w)} \right)$$

Perfil tipo Domain-Wall

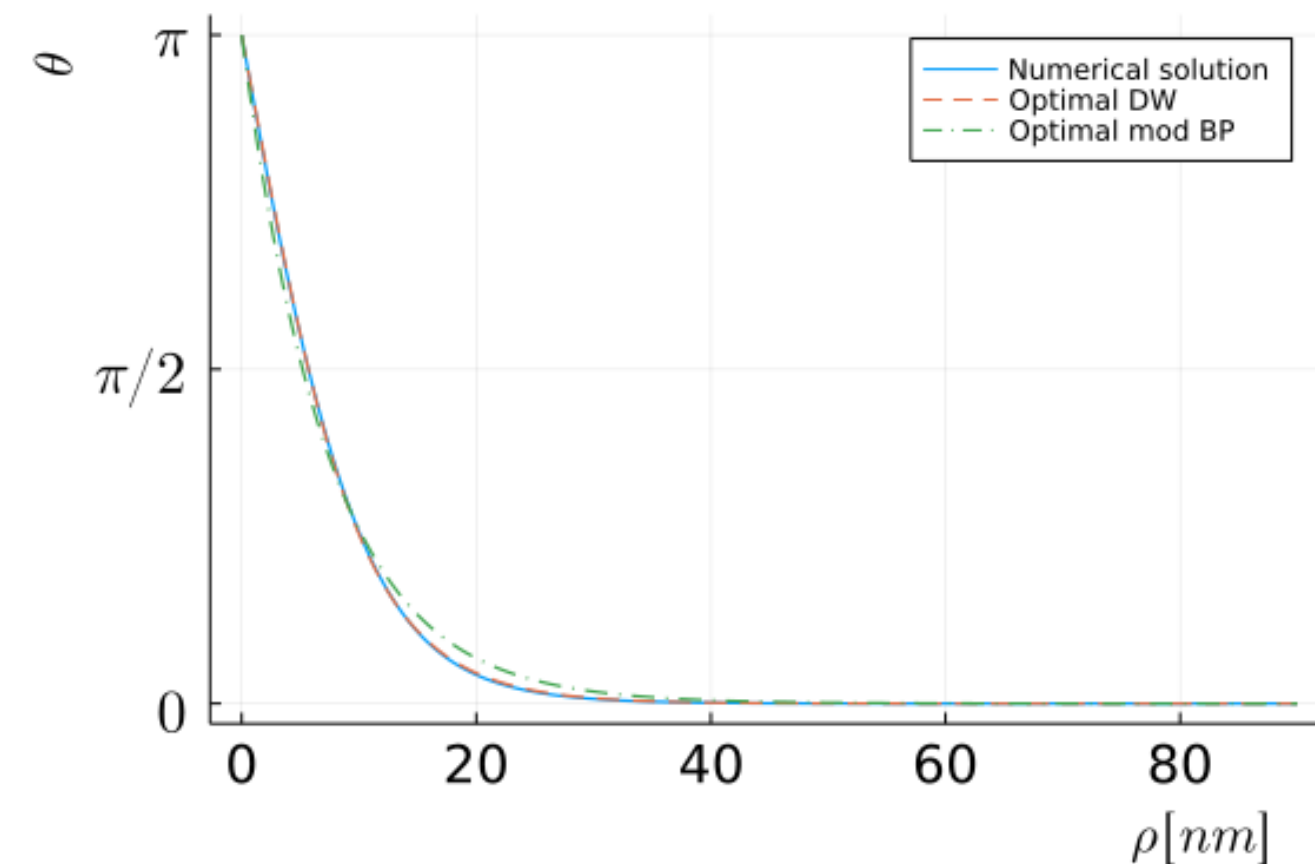
$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{R_0}{\rho} \right) e^{-\lambda \rho}$$

Perfil Belavin-Polyakov con cut-off

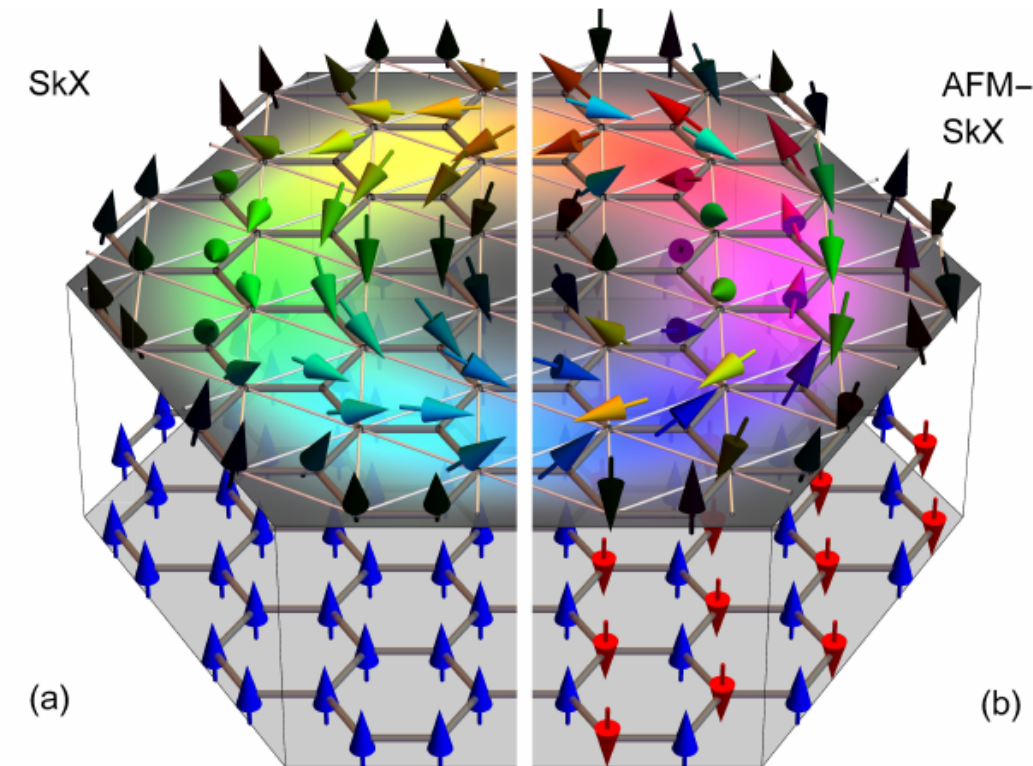
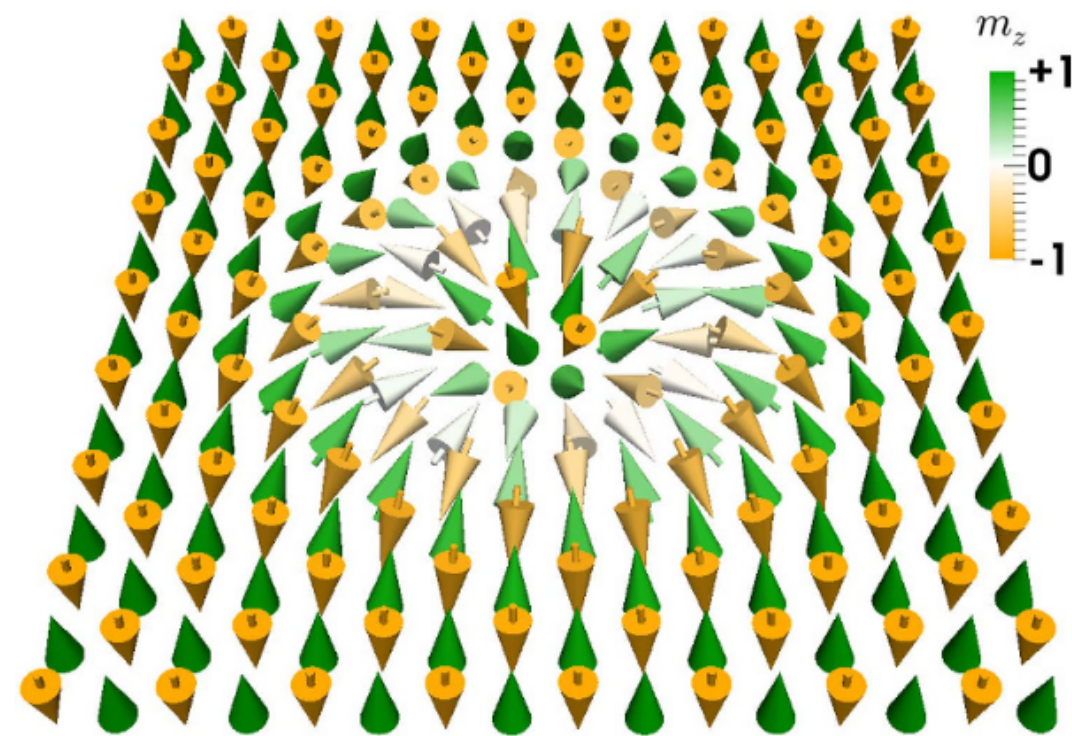
$$\Delta H = 0.4$$



$$\Delta H = 5.2$$



Lo que viene: Skyrmiones antiferromagnéticos



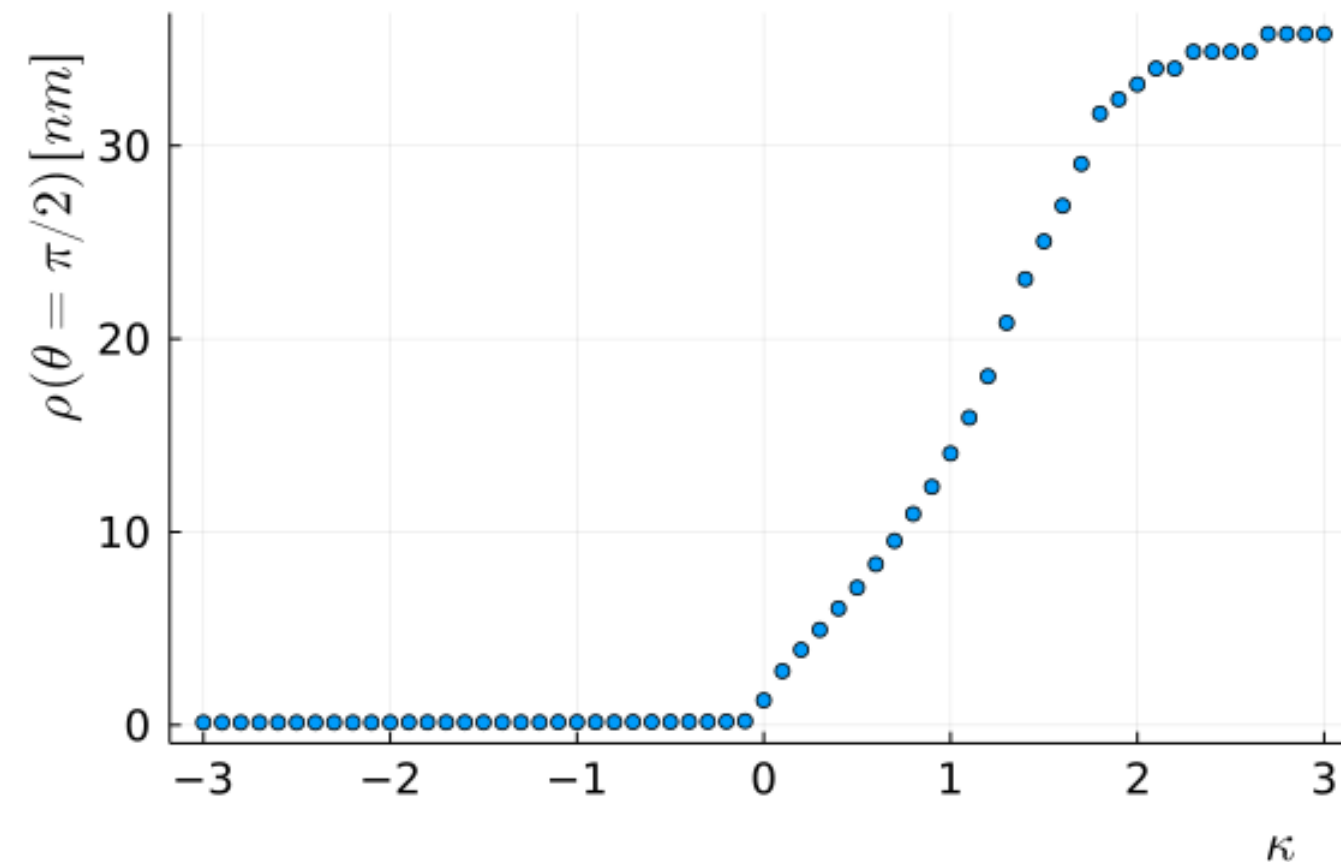
Debido a las dificultades experimentales que conlleva crear un campo magnético alternado, es pertinente explorar si hay skyrmiones estables **sin campo magnético**

$$F = \int_S dx dy \left[A |\vec{\nabla} \vec{m}|^2 + D \vec{m} \cdot (\nabla \times \vec{m}) + K (1 - m_z^2) \right]$$
$$\rightarrow A \left(\partial_{\rho\rho} \theta + \frac{1}{r} \partial_{\rho} \theta - \frac{\sin \theta \cos \theta}{\rho^2} \right) + \frac{D}{\rho} \sin^2 \theta - K \sin \theta \cos \theta = 0$$

Skymiones antiferromagnéticos

Usando la misma estrategia para solucionar esta ecuación diferencial, caracterizamos un material con el

parámetro adimensional $\kappa = \text{sgn}(D) \frac{D^2}{KA}$ y lo variamos para explorar el diagrama de fase



Se encuentran skyrmiones antiferromagnéticos estables en ausencia de campo magnético para valores positivos de D .

Conclusiones

- Experimentalmente, los skyrmiones ferromagnéticos son más fáciles de formar que los skyrmiones antiferromagnéticos.
- La técnica que desarrollamos nos permite estudiar la estabilidad de skyrmiones ferromagnéticos.
- La misma técnica puede ser usada para explorar el espacio de fase de materiales antiferromagnéticos en busca de skyrmiones.
- Como trabajo futuro, corroboraremos el diagrama de fase obtenido con simulaciones de Monte Carlo.

Métodos numéricos

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} - \frac{\sin(2\theta)}{2\rho^2} + \kappa \frac{\sin^2 \theta}{\rho} - \frac{\mu^2}{2} \sin \theta (1 - \cos \theta) - \Delta H \sin \theta = 0 \quad \text{con} \quad \begin{aligned} \theta(0) &= \pi \\ \theta(\infty) &= 0 \end{aligned}$$

Estrategia

- Transformar el dominio de $(0, \infty]$ a $(0, 1]$ introduciendo $\rho = \frac{1 - \sqrt{y}}{\sqrt{y}}$

- Expandir en la serie de Fourier $\theta(y) = \pi y + \sum_{n=1}^{n_{max}} c_n \sin(n\pi y)$

- Inicializar los coeficientes como cero.

- Cambiar los coeficientes de manera aleatoria aceptando los cambios que reduzcan la energía del sistema

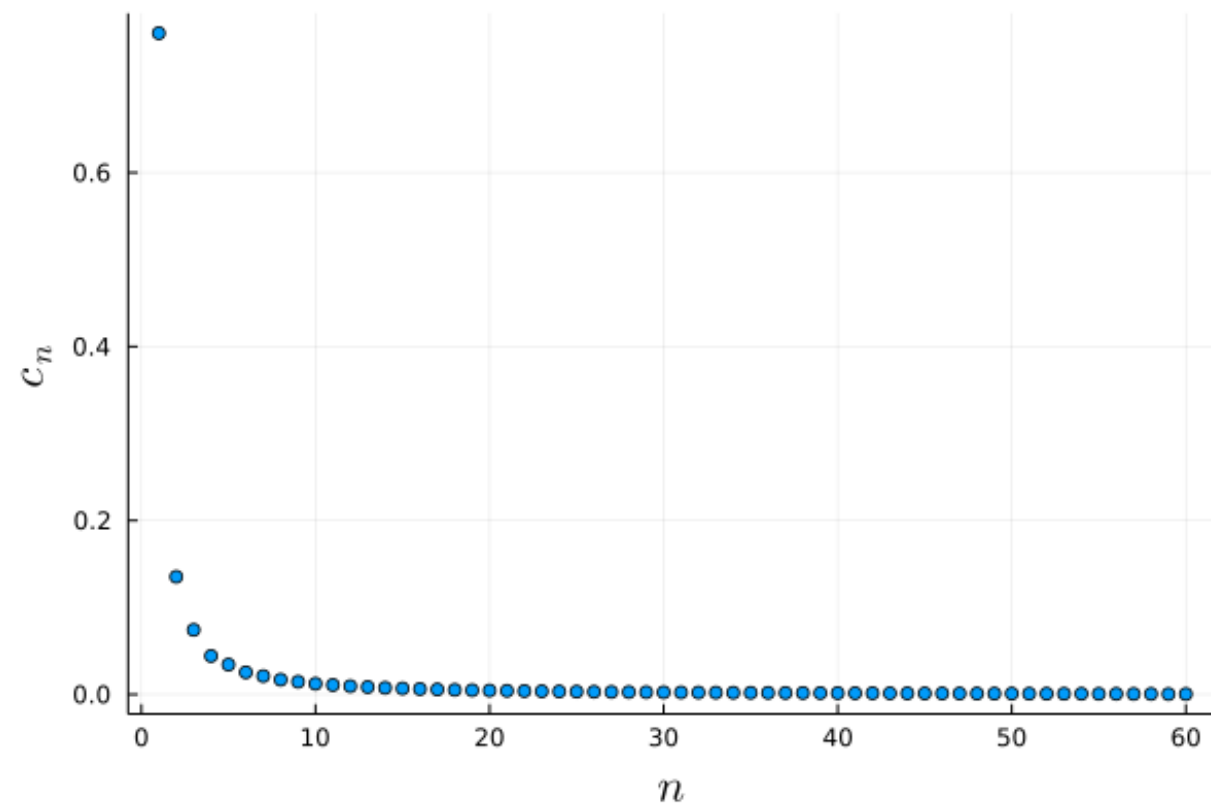
$$\frac{F}{2\pi A} = \int_0^1 \frac{(1 - \sqrt{y})}{2y^2} \left[4y^3 (\partial_y \theta)^2 + \frac{y}{(1 - \sqrt{y})^2} \sin^2 \theta + \kappa \left(-2y^{3/2} \partial_y \theta + \frac{\sqrt{y}}{2(1 - \sqrt{y})} \sin(2\theta) \right) + \frac{\mu^2}{2} (1 - \cos \theta)^2 + \Delta H (1 - \cos \theta) \right] dy$$

- Repetir hasta encontrar un mínimo

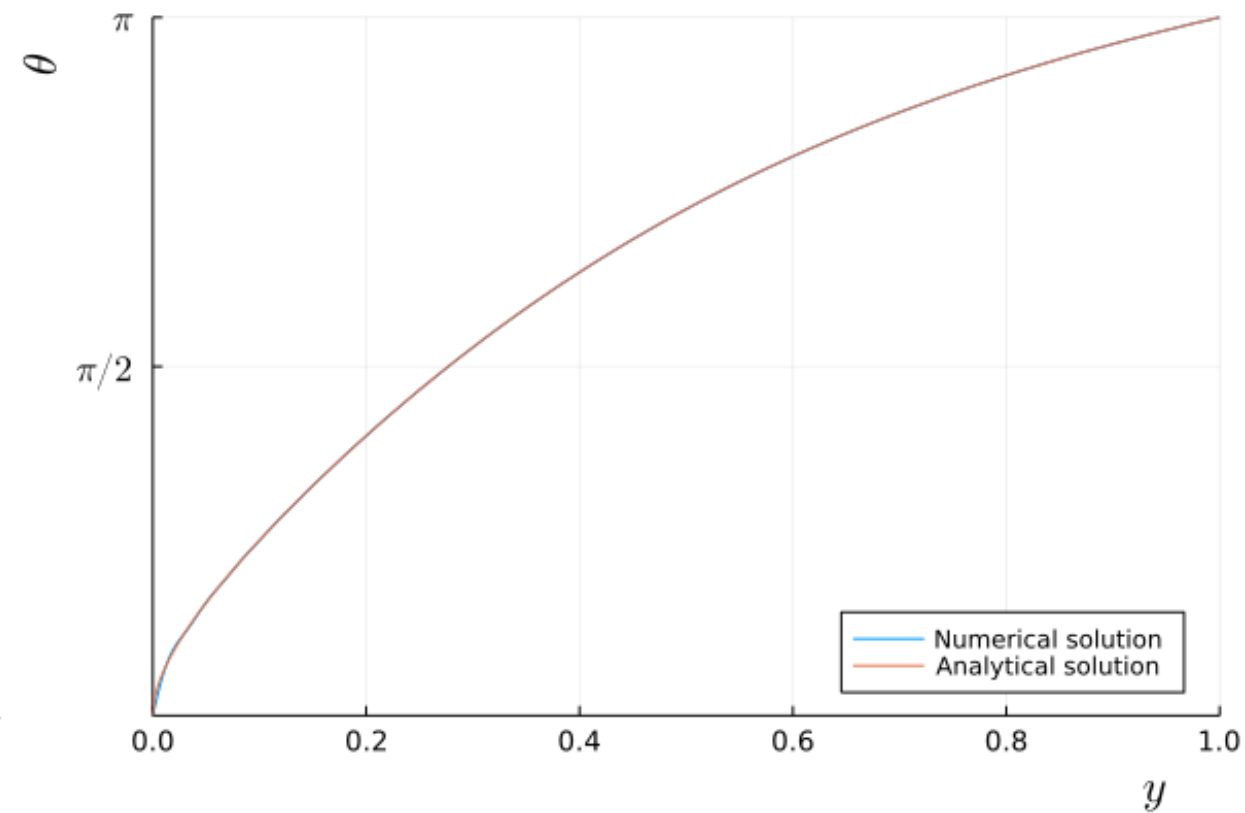
Métodos numéricos

Para $\Delta H = 0$ conocemos la solución analítica, así que podemos comparar

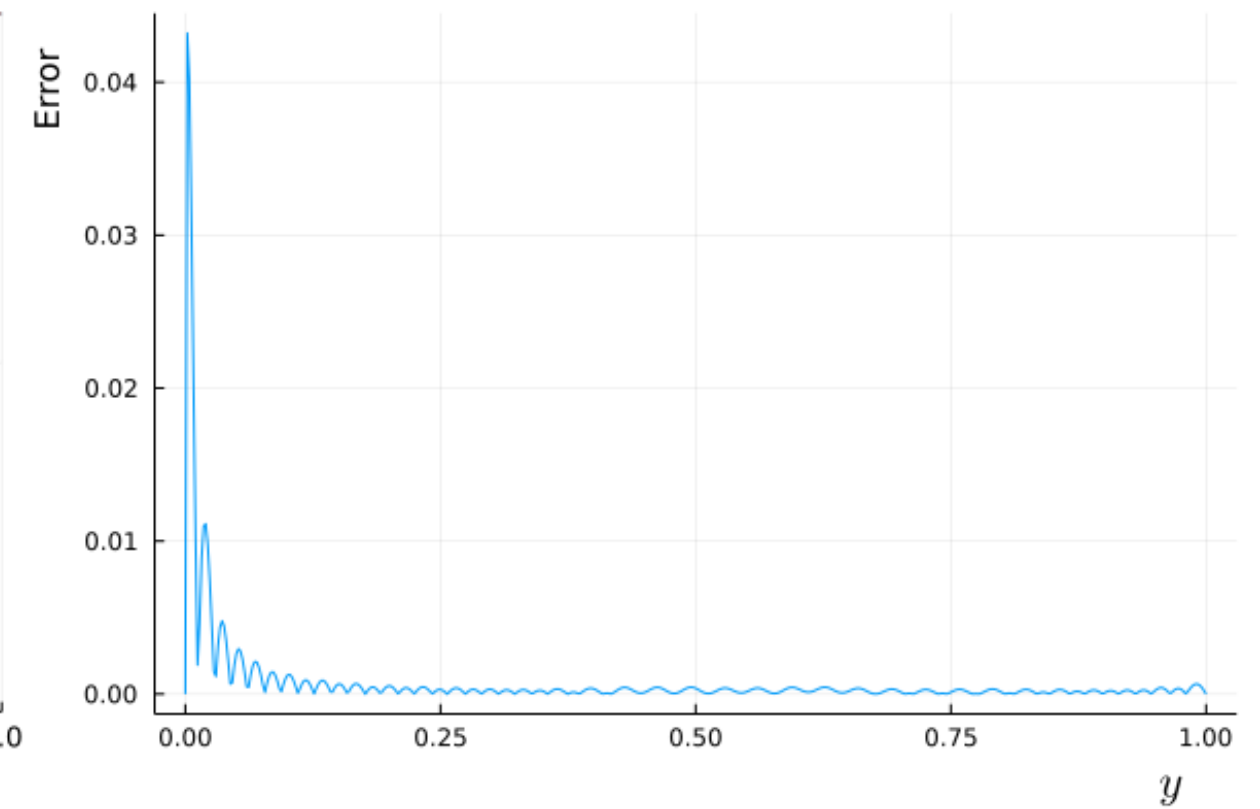
Coeficientes de Fourier



Comparación entre las soluciones



Error



Sobre la estabilidad de las soluciones

Las soluciones numéricas obtenidas pueden ser meta-estables si su energía es positiva o estables si su energía es negativa.

