

EL UNIVERSO AL ALCANCE DEL CÁLCULO

PARTE I INTRODUCCIÓN A LA EXPANSIÓN

Héctor Rago
hectorrago@gmail.com

EL UNIVERSO AL ALCANCE DEL CÁLCULO

Estrategia

El universo:
Intuición
Matemáticas, tecnología

Uniformidad del espacio
Descripción de la expansión:
factor de escala, Ley de
Hubble
Parámetros

Propagación de luz en
un espacio en expansión
Corrimiento al rojo

La cosmología estándar.
Aceleración y energía del
vacío. edad de nuestro
universo

La gravedad controla la
expansión: las ecuaciones de
Friedman

El universo real.
Observaciones y parámetros
“reales” . La Radiación
Cósmica

Universos de papel:
radiación, materia, vacío.
El big bang. Edad del
universo

Horizontes, distancias, cono
de luz y límites de un
universo

EL UNIVERSO AL ALCANCE DEL CÁLCULO

: <http://fooplot.com/>

BIBLIOGRAFÍA

Cosmology, the Science of the universe, Edward Harrison, Cambridge University Press, 1995.

Introducción a la cosmología, (HR), <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/rago/> (cursos)

Misconceptions about the big bang, (Tamara Davis and Charles Lineweaver), Sci. American, marzo 2005, en <http://www.mso.anu.edu.au/~charley/papers/LineweaverDavisSciAm.pdf>

La Geometría del universo y la radiación cósmica de fondo, (HR), Acta Científica Venezolana, 51: 116-124, 2000, en <http://www.webdelprofesor.ula.ve/ciencias/rago/> (divulgación)

Cosmos and Cosmology, en Astrobiology:Origins from Big-bang to Civilization, Kluwer Academic Publisher, pp33-40, 2000. en <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/rago/> (divulgación)

A new model standard model of the universe. (O. Gron) <http://arxiv.org/pdf/0801.0552.pdf>

Graficador: <http://fooplot.com/>

Calculadora en línea: <http://www.eeweb.com/toolbox/calculator>

CONSTANTES Y PARÁMETROS

Velocidad de la luz	$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm / seg}$
Constante gravitacional	$G = 6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 / \text{grseg}^2$
Parámetro de Hubble	$H_0 = 73 \text{ Km / segMpc}$
Tiempo de Hubble	$H_0^{-1} = 13,8 \times 10^9 \text{ años}$
Radio o longitud de Hubble	$L_{H_0} = 1,3 \times 10^{28} \text{ cm}$
Densidad Total o crítica	$\rho_{T,0} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 9 \times 10^{-30} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \approx 5 \text{ protones / mt}^3$
Omega de la materia	$\Omega_m \equiv \rho_{m,0} / \rho_T = 0.27$
Omega de la radiación	$\Omega_r \equiv \rho_{r,0} / \rho_T = 5 \times 10^{-5}$
Omega del vacío	$\Omega_v \equiv \rho_v / \rho_T = 0.73$

“Observation and theory get on best when they are mixed together helping one another in the pursuit of truth. It is a good rule not to put overmuch confidence in a theory until it has been confirmed by observation...

It is also a good rule not to put overmuch confidence in the observational results that are put forward until they are confirmed by theory”

Sir Arthur Eddington

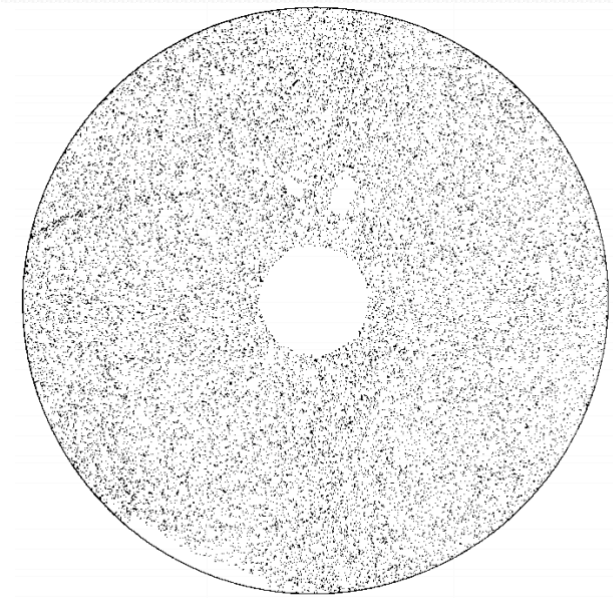
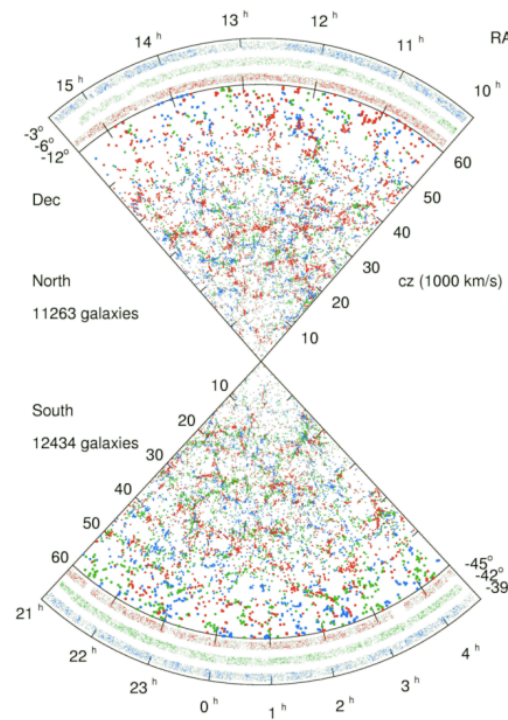


“Si las ecuaciones se niegan a decirlo, yo me niego a afirmarlo”

James Peebles

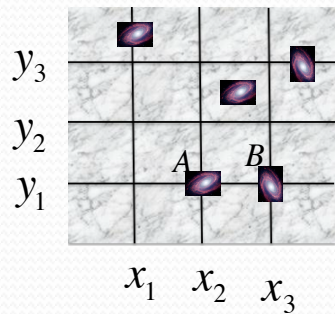


ESCALAS Y UNIFORMIDAD

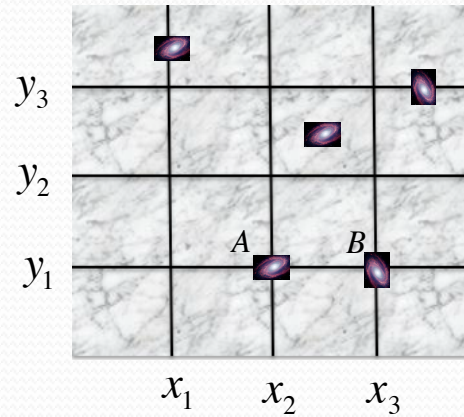


LA EXPANSIÓN DEL ESPACIO

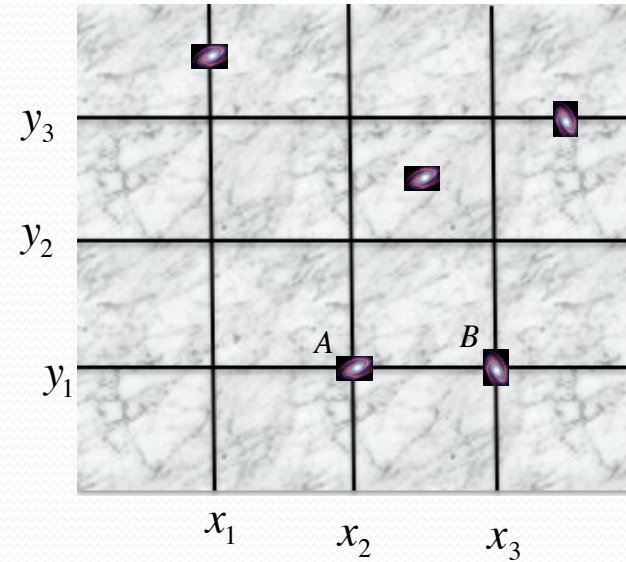
Enfoque cualitativo



t_1



t_2



t_3

Las galaxias NO se expanden

La distancia entre A y B No es $x_3 - x_2$

No es una explosión, no hay diferencias de p

$$L_{AB}(t_1) = a(t_1)[x_3 - x_2]$$

$$L_{AB}(t_2) = a(t_2)[x_3 - x_2]$$

$$L_{AB}(t_3) = a(t_3)[x_3 - x_2]$$

EL ESPACIO EUCLIDEO

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad \text{Coord. Cartesianas}$$

Si $y = z = \text{const}$ $\Rightarrow ds = \pm dx = -dr$

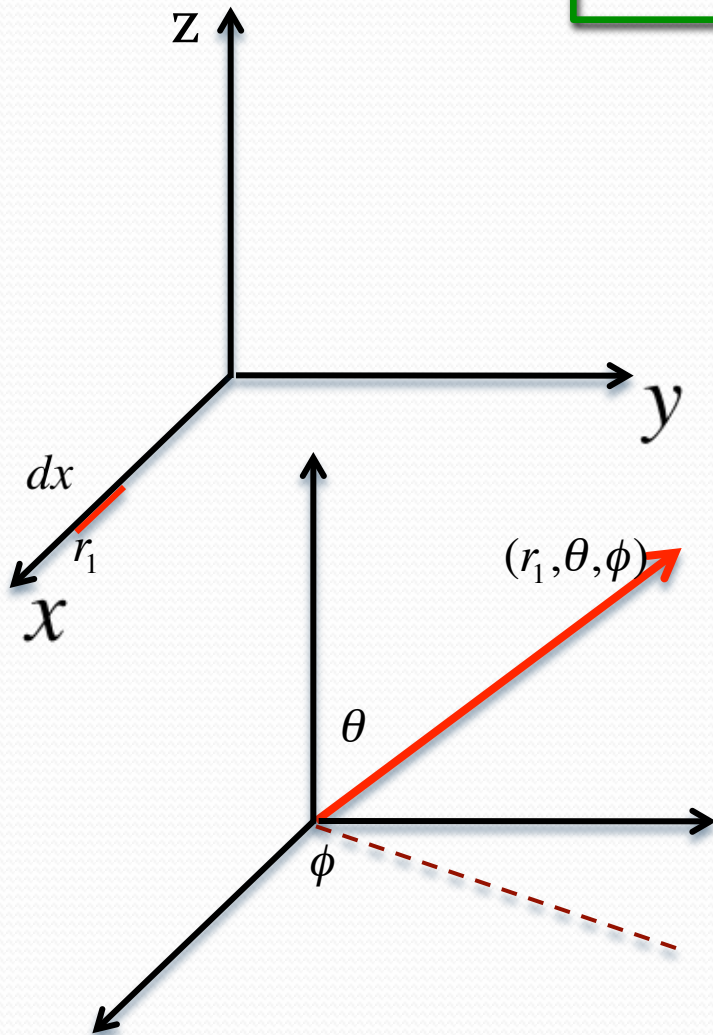
$$L = \int ds = -\int_{r_1}^0 dr = r_1$$

$$L = r_1$$

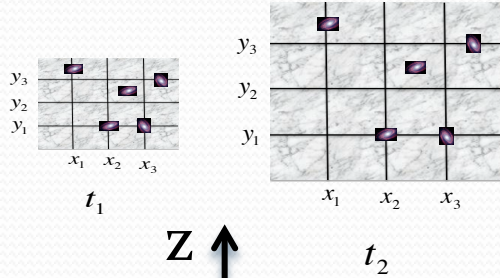
$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

$$\theta = \text{const.} \quad \phi = \text{const.}$$

$$L = \int ds = -\int_{r_1}^0 dr = r_1$$



EL ESPACIO COSMOLOGICO



$$ds^2 = a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

dimensiones?

Si $y = z = const$



$$ds = \pm a(t)dx = -a(t)dr$$

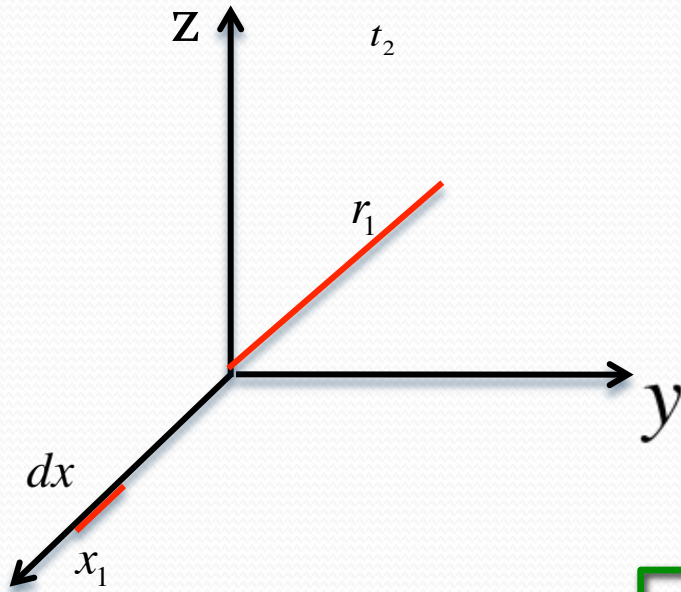


$$L = \int ds = -a(t) \int_{r_1}^0 dr = a(t)r_1$$

$$L(t) = a(t)r_1$$

Factor de escala

Coordenada comóvil



LEY (TEORICA) DE HUBBLE

$$L \sim a(t)$$

$$\text{Hoy: } t_0 \text{ y } a(t_0) = 1$$

$$L(t) = a(t)r_1$$

$$L(t) = a(t)L_0$$

$$V(t) = a^3(t)V_0$$

$$V_r(t) = \dot{a}(t)r_1$$

$$V_r(t) = \frac{\dot{a}}{a} L(t)$$

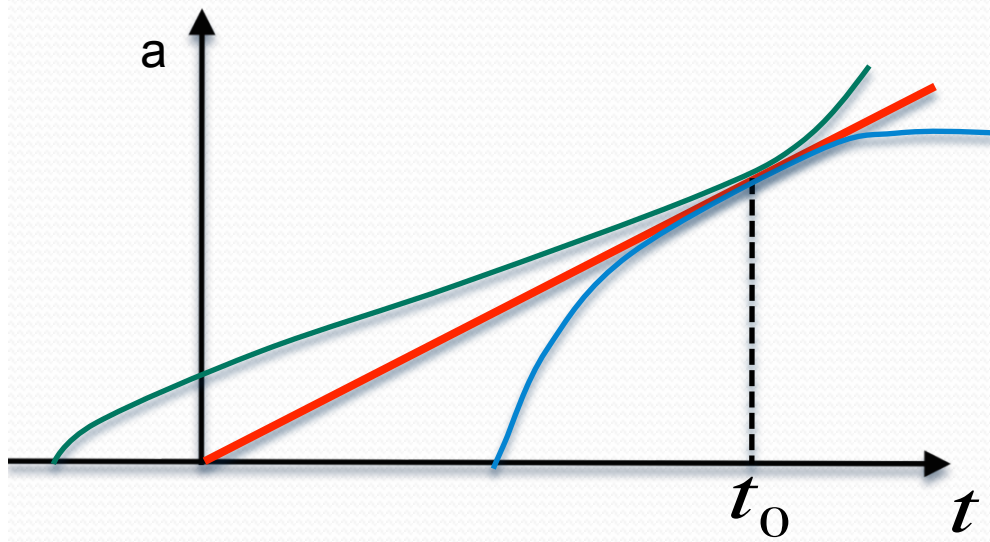
Def: Parámetro de Hubble

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

$$V_r = H(t)L(t)$$

$$V_r(t_0) = H(t_0)L(t_0)$$

EL TIEMPO DE HUBBLE



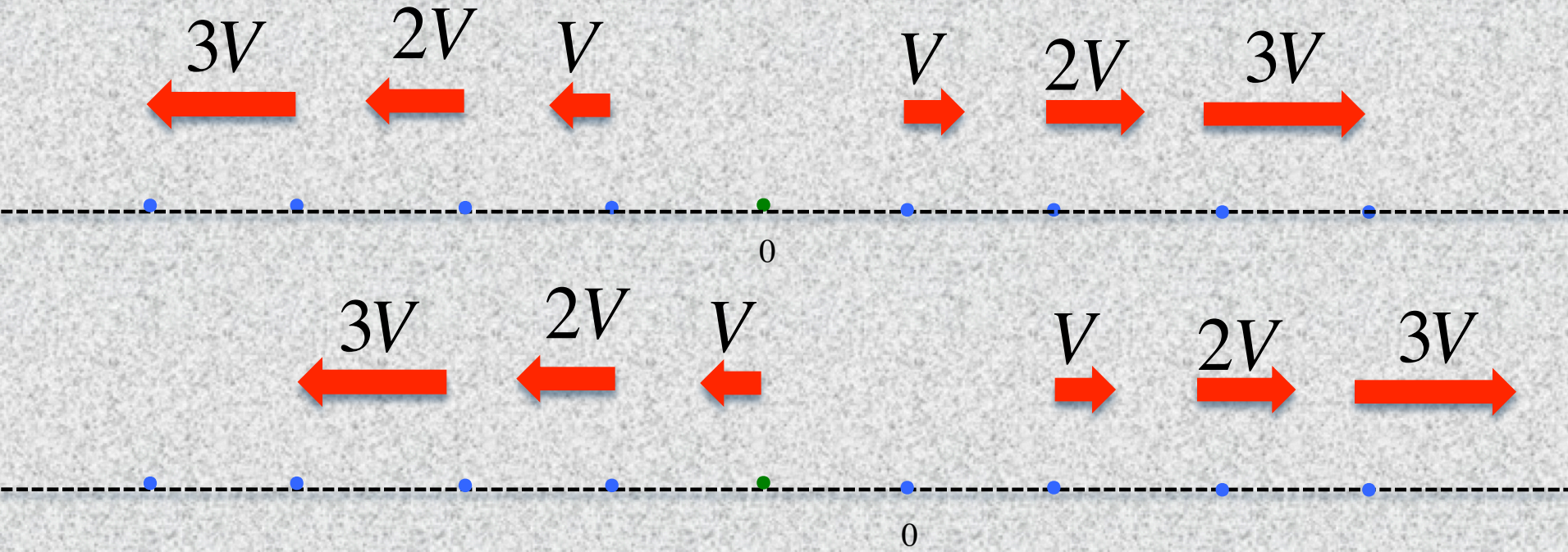
$$a(t) = At \Rightarrow H(t) = \frac{1}{t}$$

$$t_H = H_0^{-1}$$

$$H_0 = 73 \text{ Km / seg.Mpc}$$

$$H_0^{-1} = t_H = 13 \times 10^9 \text{ años}$$

LA LEY DE HUBBLE Y VELOCIDADES DE GALAXIAS



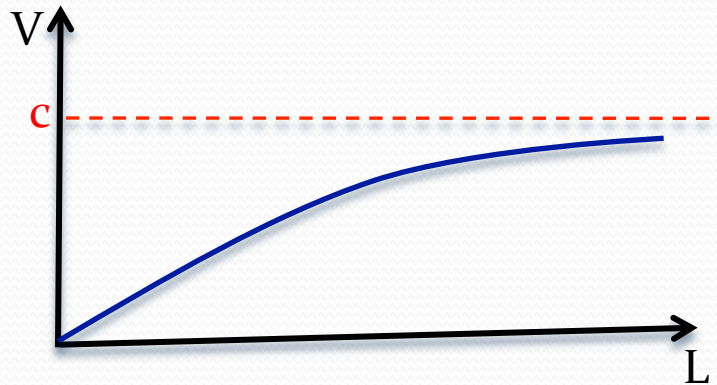
$V_r > c$??

LA LEY DE HUBBLE Y VELOCIDADES DE GALAXIAS

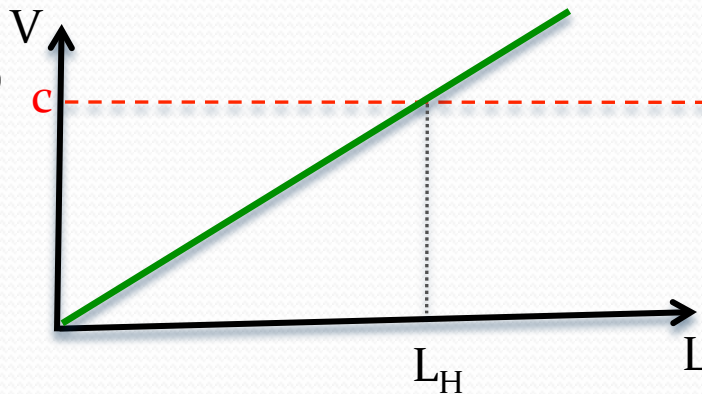
Si: Velocidades mayores que las de la luz

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Movimiento peculiar en el espacio, relatividad especial



$$ds^2 = a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

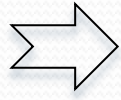


$$V = HL$$

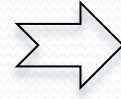
$$L_H = \frac{c}{H}$$

ESFERA DE HUBBLE - RADIO DE HUBBLE

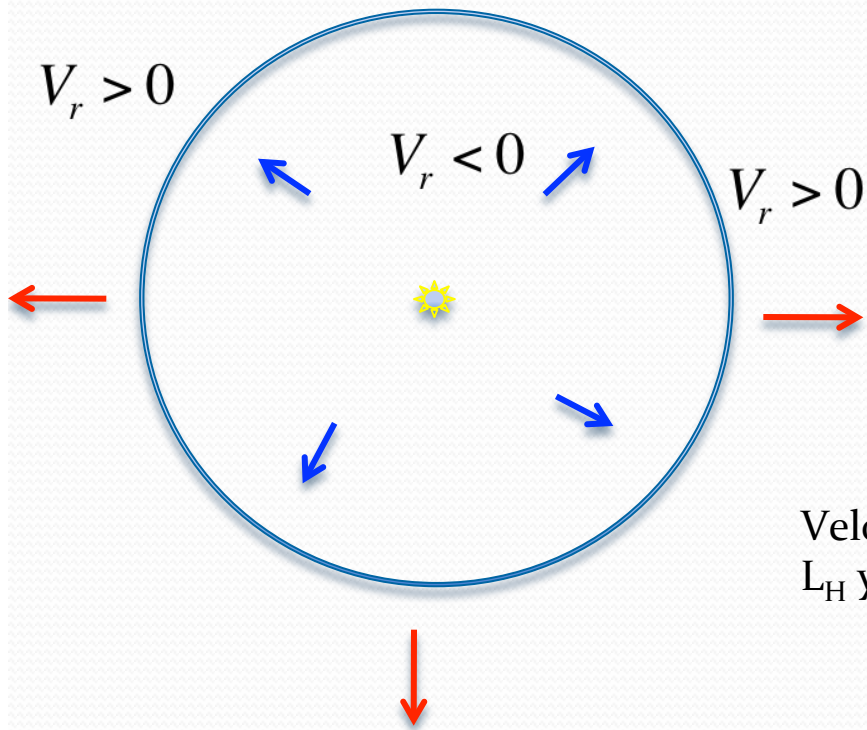
$$V_r = H(t)L(t)$$



$$L_H(t) = \frac{c}{H(t)}$$



$$\frac{L_H}{L} = \frac{c}{V_r}$$



Velocidad de la esfera de Hubble

$$\dot{L}_H = c \frac{d}{dt} \left(\frac{a}{\dot{a}} \right)$$



$$\dot{L}_H = c(1+q)$$

Velocidad relativa entre L_H y una galaxia en L_H

$$V_{rel} = \dot{L}_H - c = cq$$

$$q > 0$$



Galaxias entran

$$> 0$$

resultado: $\dot{N}_H = 3N_H Hq$

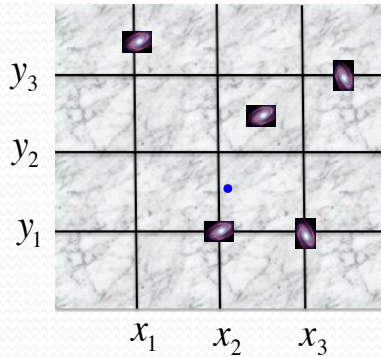
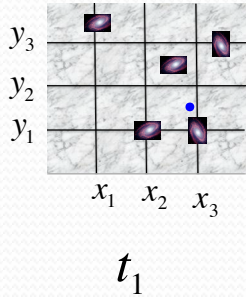
$$< 0$$

Ver lista de problemas

$$= 0$$

VELOCIDAD PECULIAR

Si r_1 depende del tiempo



$$L(t) = a(t)r_1(t)$$

$$V_{pec} = a(t) \frac{dr_1}{dt}$$

$$V_{Total}(t) = \dot{a}(t)r_1(t) + a(t) \frac{dr_1}{dt}$$

Velocidad de
recesión

Velocidad
Peculiar

$$V_{Total} = V_{rec} + V_{Pec}$$

t_2

$$V_{Total} = HL + V_{Pec}$$

$$V_{Pec} = -c$$



$$a(t) \frac{dr_1}{dt} = -c$$



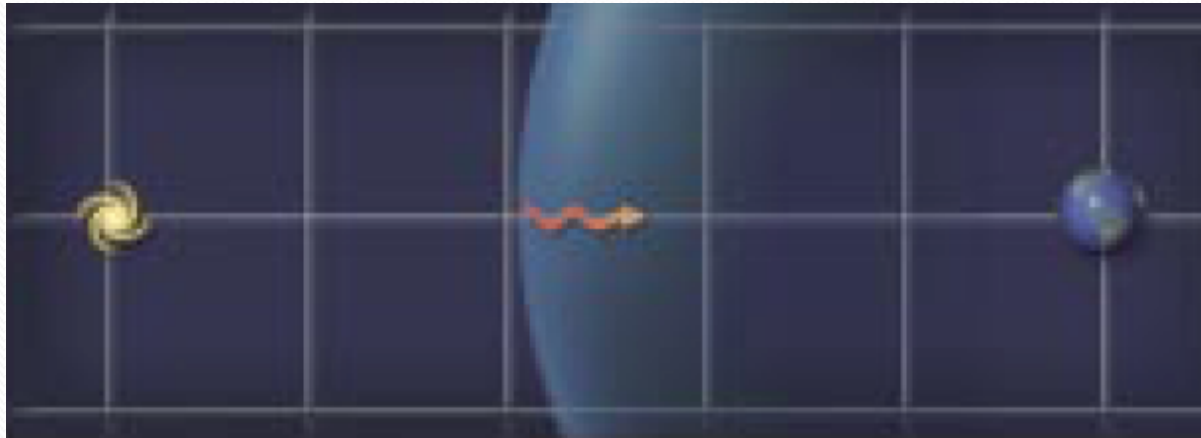
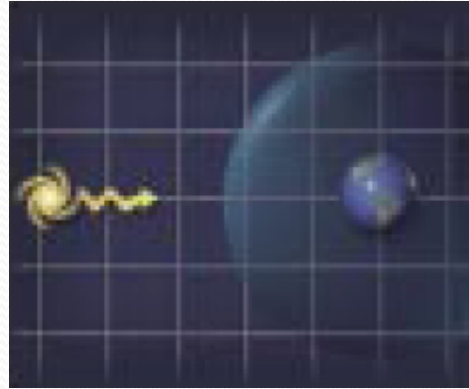
$$r_1(t) = c \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

Si es un fotón hacia nosotros

Su velocidad relativa a nosotros
En la esfera de Hubble, es:

$$V_{Total}|_{L_H} = HL_H + V_{Pec} = c - c = 0$$

¿PODEMOS VER UNA GALAXIA MAS ALLÁ DE L_H ?



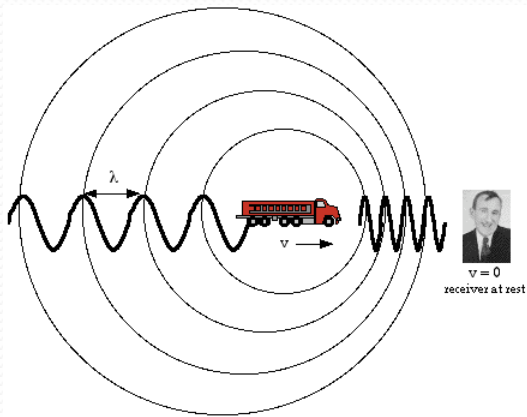
MORALEJA: La esfera de Hubble NO es el límite del universo!!

EL EFECTO DOPPLER-FIZEAU

Frecuencia y movimiento en el espacio

Reposo relativo

$$\begin{array}{ccc} & \Delta t & \Delta t_0 = \Delta t \\ \text{O} & \text{-----} & \text{E} \\ & & \Delta t = \lambda / c \Rightarrow \lambda_0 = \lambda \end{array}$$



Movimiento relativo

$$\begin{array}{ccc} & d = V\Delta t & \\ \text{O} & \text{-----} & \text{E} \text{ --- --- --- } \text{E}' \\ & & t_{adic} = d / c = V\Delta t / c \end{array}$$

$$\Delta t_0 = \Delta t + V\Delta t / c \quad \lambda_0 = \lambda(1 + V/c)$$

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \boxed{z = V/c}$$

Generalización relativista:

$$z = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}} - 1$$